ما يجب أن يعرف

في كل ما يأتي، المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$.

التشابه المباشر

1 . التعريف : القول أن التحويل النقطي S تشابه مباشر معناه أن S يحافظ على نسب المسافات و على الزوايا الموجهة أي من أجل كل نقط M,N,P,Q من المستوي و $M\neq N$ ، صورها M',N',P',Q' على الترتيب بالتحويل S فإن:

$$\frac{P'Q'}{M'N'}=\frac{PQ}{MN} \quad \text{و} \quad \left(\overrightarrow{M'N'};\overrightarrow{P'Q'}\right)=\left(\overrightarrow{MN};\overrightarrow{PQ}\right).$$

نتيجة: من التعريف ، الإنسحاب ، الدوران ، التحاكي هي تشابهات مباشرة .

2 . نسبة تشابه مباشر :

خاصية: إذا كان S تشابها مباشرا فإن S يضرب المسافات في عدد حقيقي موجب تماما k .

العدد k يسمى نسبة التشابه S . $\left(k=\frac{M'N'}{MN}\right)$ ، و منه النسبة ثابتة مستقلة عن اختيار النقطتين M و N .

حالة خاصة: إذا كان $k=1$ نقول عن التشابه المباشر S أنه تقايس موجب أو إزاحة أي S انسحاب أو دوران .

3 . زاوية تشابه مباشر :

تعريف: إذا كان S تشابها مباشرا فإن S يحافظ على الزوايا الموجهة ، أي : $\left(\overrightarrow{M'N'};\overrightarrow{P'Q'}\right)=\left(\overrightarrow{MN};\overrightarrow{PQ}\right)$. و منه الزاوية $\left(\overrightarrow{MN};\overrightarrow{M'N'}\right)$ زاوية ثابتة مستقلة عن اختيار النقطتين M و N . هذه الزاوية $\left(\overrightarrow{MN};\overrightarrow{M'N'}\right)$ تسمى زاوية التشابه المباشر S .

4 . مركز تشابه مباشر :

خاصية : إذا لم يكن التشابه المباشر S إنسحابا فإنه يقبل نقطة صامدة وحيدة Ω ، تسمى مركزه ، (تحقق $S(\Omega)=\Omega$).

5 . تعيين تشابه مباشر :

خاصية: إذا كان S تشابها مباشرا مركزه Ω ، نسبته k $(k>0, k\neq 1)$ و زاويته θ فإن:

- $S(\Omega)=\Omega$.
- من أجل كل نقطة M من المستوي تختلف عن Ω لدينا:

$$M'=S(M) \quad \text{تعني:} \quad \begin{cases}\Omega M'=k\,\Omega M\\ \left(\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'}\right)=\theta\end{cases}$$

التعبير عن تشابه مباشر بالأعداد المركبة

1. الكتابة المركبة لتشابه مباشر:

خاصية 01: كل تشابه مباشر من المستوي المركب له كتابة مركبة من الشكل $z' = az + b$ حيث a و b عددان مركبان و $a \neq 0$.

خاصية 02: a و b عددان مركبان حيث $a \neq 0$.
إذا كان S تحويلا نقطيا من المستوي المركب له كتابة مركبة من الشكل $z' = az + b$، فإن S تشابه مباشر نسبته $|a|$.

2. الكتابة المختصرة لتشابه مباشر:

خاصية: ليكن S تشابها مباشرا مركزه Ω ذات اللاحقة z_Ω، ونسبته k $(k > 0, k \neq 1)$، وزاويته θ $(\theta \in \mathbb{R})$. ولتكن M و M' نقطتان ذات اللاحقتين z و z' على الترتيب.
لدينا: $M' = S(M)$ تكافئ $z' - z_\Omega = ke^{i\theta}(z - z_\Omega)$.
الكتابة $z' - z_\Omega = ke^{i\theta}(z - z_\Omega)$ تسمى الكتابة المختصرة للتشابه المباشر S.

3. مخطط تصنيف التشابهات المباشرة:

S تشابه مباشر كتابته المركبة: $z' = az + b$ حيث a و b عددان مركبان و $a \neq 0$.

$S : z' = az + b$

- a عدد حقيقي
  - $a = 1$: S انسحاب شعاعه $\vec{u}$ ذو اللاحقة $z_{\vec{u}} = b$
  - $a \neq 1$: S تحاكي نسبته a ومركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{b}{1-a}$
- a عدد غير حقيقي مركب
  - $|a| = 1$: S دوران زاويته $\theta = \arg(a)$ ومركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{b}{1-a}$
  - $|a| \neq 1$: S تشابه مباشر نسبته $|a|$ وزاويته $\theta = \arg(a)$ ومركزه Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{b}{1-a}$

خواص تشابه مباشر

1 . تركيب تشابهين مباشرين :

خاصية: تركيب تشابهين مباشرين هو تشابه مباشر نسبته جداء النسبتين و زاويته مجموع الزاويتين .

2 . التحليل القانوني لتشابه مباشر:

خاصية: S تشابه مباشر نسبته k $\left(k\in\mathbb{R}_{-}^{*}\right)$ و زاويته θ $(\theta\in\mathbb{R})$.

- إذا كان $k=1$ و $\theta=0$ التشابه S انسحاب .
- في الحالات الأخرى S يقبل نقطة صامدة وحيدة Ω و يحلل كمايلي :

$S=h\circ r=r\circ h$ ، حيث h هو التحاكي الذي مركزه Ω ونسبته k و r هو الدوران الذي مركزه Ω وزاويته θ .

3 . التشابه المباشر ونقط المستوي :

خاصية: إذا كانت A ، B ، A' و B' أربع نقط حيث $A\neq B$ و $A'\neq B'$ فإنه يوجد تشابه مباشر وحيد يحول A إلى A' و يحول B إلى B' .

نتائج

- إذا كان $\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{AB}$ فإن S هو الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AA'}$ لأن $a=\dfrac{z_{B'}-z_{A'}}{z_B-z_A}=1$
- إذا كان $\overrightarrow{A'B'}\neq\overrightarrow{AB}$ فإن S هو تشابه مباشر نسبته $k=\dfrac{A'B'}{AB}$

وزاويته $\theta=\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A'B'}\right)$ ، ومركزه النقطة الصامدة في

4 . التشابه المباشر و الأشكال الهندسية :

إذا كان S تشابها مباشرا نسبته k $(k>0)$ فإنه:

- يحول المسافات بضربها بالعدد k ، ويحول المساحات بضربها في العدد k^2 .
- يحافظ على : التوازي ، التعامد ، الاستقامية ، منتصفات القطع ، المرجح .
- يحول مستقيما إلى مستقيم ، قطعة مستقيمة إلى قطعة مستقيمة ، دائرة ذات المركز w ونصف القطر r $(r>0)$ إلى دائرة ذات المركز w' ونصف القطر $k\times r$ ، حيث: $w'=S(w)$
- يحول مثلثا ABC إلى مثلث $A'B'C'$ ، بحيث : $A'=S(A)$ ، $B'=S(B)$ و $C'=S(C)$ ويكون المثلثان ABC و $A'B'C'$ متشابهين .